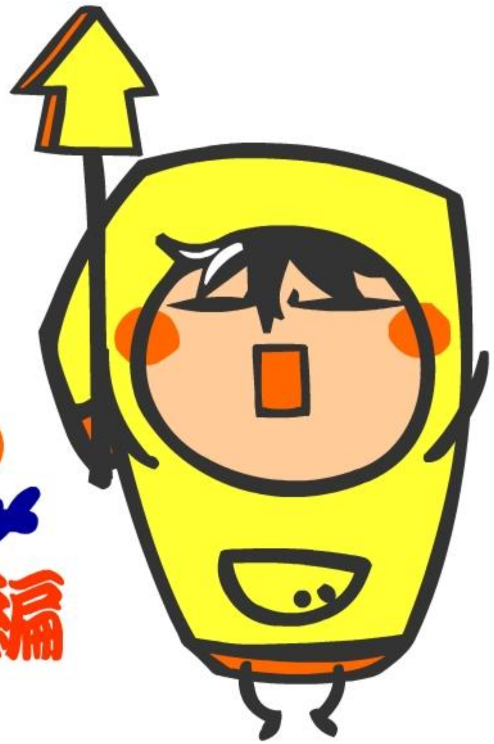
# センター 数ⅡB 60%

## 数学２Ｂ　方程式と円編



数学苦手でも合格したいならやるしかない！俺の解き方見てとにかく

# まず数学２Ｂ６割狙うで！

## 第1問

$x$ の整式 $A=x^4-8x^3+14x^2+8x-1$ がある。

(1)　$A$ を $x^2-5x-2$ で割ったとき商は $x^2-\boxed{\text{ア}}x+\boxed{\text{イ}}$，余りは

$\boxed{\text{ウ}}x+\boxed{\text{エ}}$ である。

(2)　$x=2+\sqrt{3}$ のとき $x^2-4x=\boxed{\text{オカ}}$ であり，そのときの $A$ の値は $\boxed{\text{キ}}$ となる。

## 第2問

$a$，$b$ を実数とし，$x$ の整式

$$A=x^4+(a^2-a-1)x^2+(-a^2+b)x+b^3,\quad B=x^2-x-a$$

を考える。$A$ を $B$ で割った商を $Q$，余りを $R$ とすると，

$$Q=x^2+x+a^{\boxed{\text{ア}}},\quad R=(a+b)x+a^{\boxed{\text{イ}}}+b^{\boxed{\text{ウ}}}$$

である。

(1)　$R=x+7$ のとき，$a=\boxed{\text{エ}}$ または $a=\boxed{\text{オカ}}$ である。

## 第3問

$a$，$b$，$c$ を実数とする。整式 $P(x)=2x^3-ax^2-bx-c$ は，$P(1)=6$，$P(2)=8$ を満たすとする。

(1)　$P(x)$ を $(x-1)(x-2)$ で割った余りは $\boxed{\text{ア}}\,x+\boxed{\text{イ}}$ である。

(2)　$b$ と $c$ は $a$ を用いて

$$b=-\boxed{\text{ウ}}\,a+\boxed{\text{エオ}},\quad c=\boxed{\text{カ}}\,a-\boxed{\text{キク}}$$

と表される。

(3)　$Q(x)=P(x)-6$ とおくと，(2) より

$$Q(x)=\left(x-\boxed{\text{ケ}}\right)\left\{2x^2-\left(a-\boxed{\text{コ}}\right)x+\boxed{\text{サ}}\,a-\boxed{\text{シス}}\right\}$$

と表される。

方程式 $Q(x)=0$ が虚数の解をもつような $a$ の値の範囲は $\boxed{\text{セ}}<a<\boxed{\text{ソタ}}$ である。

$a$ が $\boxed{\text{セ}}<a<\boxed{\text{ソタ}}$ を満たすとき，方程式 $Q(x)=0$ の解のうち，虚数の解の実部が整数となるのは $a=\boxed{\text{チツ}}$ のときであり，この解の実部は $\boxed{\text{テ}}$，虚部は $\boxed{\text{ト}}$，$-\boxed{\text{ト}}$ である。

## 第4問

(1)　座標平面上で，$y$ 軸上の点 A $(0,\ -a)$ (ただし，$a>0$ とする) を通り，放物線 $y=x^2$ に接する直線を求めよう。接点の座標を $(b,\ b^2)$ とすると，接線の傾きは $\boxed{\text{ア}}\,b$ に等しいから，$a$ と $b$ は関係式 $b^{\boxed{\text{イ}}}=\boxed{\text{ウ}}$ を満たす。

第1象限にある接点 B を通る接線 $\ell$ の方程式は $y=\boxed{\text{エ}}\sqrt{a}\,x-a$ であり，第2象限にある接点 C を通る接線 $m$ の方程式は $y=-\boxed{\text{エ}}\sqrt{a}\,x-a$ である。

(2)　直線 $\ell$ と点 B において直交する直線 $n$ の方程式は

$$y=\frac{\boxed{\text{オカ}}}{\boxed{\text{キ}}\sqrt{\boxed{\text{ク}}}}x+a+\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$$ である。

(3)　(2) で求めた直線 $n$ と $y$ 軸の交点を D とすると，4 点 A，B，C，D は一つの円 $K_1$ の上にある。$K_1$ の方程式は $x^2+\left(y-\dfrac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}\right)^2=\left(\boxed{\text{ス}}+\dfrac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}\right)^2$ である。

(4)　直線 $m$ と直線 $n$ が平行になるのは，$a=\dfrac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}$ のときである。また，直線 $m$ と直線 $n$ が交わるときの交点 E の $x$ 座標は $\dfrac{\sqrt{a}\left(\boxed{\text{ツ}}\,a+1\right)}{1-\boxed{\text{テ}}\,a}$ である。

## 第5問

$a$，$b$ を実数とし，$x$ の整式 $A$，$B$ を $A=x^2+ax+b$，$B=x^2+x+1$ とする。
ただし，$A$ と $B$ は等しくないものとする。

(1)　等式 $A^2+B^2=2x^4+6x^3+3x^2+cx+d$ が成り立つとき，

$a=\boxed{\text{ア}}$，$b=-\boxed{\text{イ}}$，$c=-\boxed{\text{ウ}}$，$d=\boxed{\text{エ}}$ である。

(2)　等式 $A^2-B^2=(A-B)(A+B)$

$$=\{(a-1)x+(b-1)\}\left\{\boxed{\text{オ}}x^2+\left(a+\boxed{\text{カ}}\right)x+b+1\right\}$$

を考える。$A-B$ が $x-1$ で割り切れるのは $\boxed{\text{キ}}$ のときであり，また，$A+B$ が $x-1$ で割り切れるのは $\boxed{\text{ク}}$ のときである。よって $A-B$ と $A+B$ が同時に $x-1$ で割り切れることはない。ただし，$\boxed{\text{キ}}$，$\boxed{\text{ク}}$ については，次の ⓪～④ の中から当てはまるものをそれぞれ一つずつ選べ。

⓪　$a+b=0$　　①　$a-b=0$　　②　$a+b-2=0$

③　$a+b+4=0$　　④　$a-b-2=0$

## 第6問

座標平面上に2直線 $\ell : 4x-3y-35=0$, $m : 3x-4y-35=0$ がある。
原点を中心とする半径1の円を $C$ とし，P を $C$ 上の点とする。

(1) $\ell$ と $m$ の交点 A の座標は $\left(\boxed{\text{ア}},\ -\boxed{\text{イ}}\right)$ である。

(2) P における $C$ の接線が $\ell$ と平行になるのは，P の座標が

$$\left(\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}},\ -\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}\right) \text{ または } \left(-\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}},\ \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}\right)$$ のときである。

また，P における $C$ の接線が $m$ と平行になるのは，P の座標が

$$\left(\frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}},\ -\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}\right) \text{ または } \left(-\frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}},\ \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}\right)$$ のときである。

(3) P における $C$ の接線が A を通るのは，P の座標が

$$\left(\frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}},\ \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}\right) \text{ または } \left(-\frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}},\ -\frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}\right)$$

のときである。

## 第7問

$a$，$b$ を実数とし，$a \neq 0$ とする。$x$ の整式 $P(x)$ を $P(x)=x^3+bx^2+(2b-3)x-a$ とし，$P(a)=0$ が成り立つとする。

(1)　$P(a)=0$ より，$a$ と $b$ の間には関係式

$$a^2+\boxed{\text{ア}}\,a+\boxed{\text{イウ}}-\boxed{\text{エ}}=0$$

が成り立つ。したがって，$a=\boxed{\text{オ}}-\boxed{\text{カ}}$ または $a=\boxed{\text{キク}}$ である。

(2)　$a=\boxed{\text{オ}}-\boxed{\text{カ}}$ のとき，3 次方程式 $P(x)=0$ は $a$，$b$ の値によらない解 $x=\boxed{\text{ケコ}}$ をもつ。

(3)　$a=\boxed{\text{キク}}$ とする。このとき，$P(x)$ を因数分解すると

$$P(x)=\left(x+\boxed{\text{サ}}\right)\left\{x^2+\left(\boxed{\text{シ}}-\boxed{\text{ス}}\right)x+\boxed{\text{セ}}\right\}$$

となる。3 次方程式 $P(x)=0$ が虚数解をもつような $b$ の範囲は $\boxed{\text{ソ}}<b<\boxed{\text{タ}}$ である。このとき，一つの虚数解が $c+\dfrac{3}{5}i$（$c$ は実数）ならば，$c$ の値は

$\dfrac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$ または $-\dfrac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$ である。

## 第8問

$f(x)=2x^2$ とする。

(1)　$y \geqq f(x)$ であるときの $k=2x+3y$ の最小値を求めよう。

放物線 $y=f(x)$ 上の点 $(a,\ f(a))$ における接線の傾きは $\boxed{\text{アイ}}$ である。

傾きが $-\dfrac{2}{3}$ の接線の方程式は $y=-\dfrac{2}{3}x-\dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エオ}}}$ である。

したがって，$x=-\dfrac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$，$y=\dfrac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケコ}}}$ のとき，$k$ は最小値 $-\dfrac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$ をとる。

第9問

$a$ を実数とし，$x$ の整式 $A$，$B$ を

$$A=x^3+5x^2+a^2x+a^2-6a+20, \qquad B=x^3+(a^2+5)x+a^2-6a+30$$

とする。このとき $A-B=5\left(x+\boxed{\text{ア}}\right)\left(x-\boxed{\text{イ}}\right)$ である。

(1)　$P=x+\boxed{\text{ア}}$ とし，$A$ が $P$ で割り切れるとする。

　このとき $a=\boxed{\text{ウ}}$，$A=\left(x^2+4x+\boxed{\text{エオ}}\right)P$ である。

　さらに $B=\left(x^2-x+\boxed{\text{カキ}}\right)P$ であり，$A$，$B$ はともに $P$ で割り切れる。

(2)　$Q=x-\boxed{\text{イ}}$ とすると，$A$ を $Q$ で割った余り $R$ は $R=\boxed{\text{ク}}(a-1)^2+45$ となる。よって，どんな $a$ についても余り $R$ は正となり，$A$ は $Q$ で割り切れない。

## 第10問

放物線 $y=-\dfrac{1}{2}x^2+\dfrac{1}{2}$ 上に点 P をとり，P の $x$ 座標を $p$ とする。ただし $p>0$ とする。

P における放物線の接線を $\ell$ とし，P を通り $\ell$ に垂直な直線を $m$ とする。原点を O，直線 $m$ と $x$ 軸との交点を Q とする。

(1)　接線 $\ell$ の傾きは $\boxed{\text{ア}}\,p$ となるので，直線 $m$ の方程式は

$$y=\frac{\boxed{\text{イ}}}{p}x-\frac{1}{\boxed{\text{ウ}}}\left(p^{\boxed{\text{エ}}}+1\right)$$ である。

(2)　Q の座標を $p$ を用いて表せば $\left(\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}p\left(p^{\boxed{\text{キ}}}+\boxed{\text{ク}}\right),\ 0\right)$ となり，線分 PQ の

長さの平方は $\mathrm{PQ}^2=\dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}\left(p^2+\boxed{\text{サ}}\right)\left(p^2-\boxed{\text{シ}}\right)^2$ となる。

(3)　$\mathrm{PQ}=\mathrm{OQ}$ となるときの $p$ の値は $\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ス}}}}{\boxed{\text{セ}}}$ であり，P の座標は

$$\left(\frac{\sqrt{\boxed{\text{ス}}}}{\boxed{\text{セ}}},\ \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}\right)$$ である。

数学苦手でも合格したいならやるしかない！俺の解き方見てとにかく

# まず数学２Ｂ６割狙うで！

## 第11問

$a$ を実数とする。

(1)　$x$ の整式 $A$，$B$ を

$$A=x^4-(a+8)x^2-2ax+4a+1,\quad B=x^2-2x-a$$

とする。$A$ を $B$ で割ったときの商は $x^2+\boxed{\text{ア}}x-\boxed{\text{イ}}$，余りは

$\boxed{\text{ウエ}}x+\boxed{\text{オ}}$ となる。

(2)　$p=-1+\sqrt{5}$ とおく。$p$ は 2 次方程式 $x^2+2x-\boxed{\text{カ}}=0$ の解の一つであり，

$p^4-(a+8)p^2-2ap+4a+1=\boxed{\text{キ}}-\boxed{\text{ク}}\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}$ である。また，整数 $n$ が

$\boxed{\text{コサ}}$ または $\boxed{\text{シ}}$ に等しいとき

$$\{p^4-(a+8)p^2-2ap+4a+1\}+(n^2+2n\sqrt{5})p$$

は整数となる。

## 第12問

円 $C$ : $x^2+y^2-6ax-4ay+26a-65=0$ の中心の座標は $\left(\boxed{\text{ア}}\,a,\ \boxed{\text{イ}}\,a\right)$ であり，

円 $C$ は $a$ の値によらず 2 定点 $\mathrm{A}\left(\boxed{\text{ウエ}},\ \boxed{\text{オ}}\right)$，$\mathrm{B}\left(\boxed{\text{カ}},\ \boxed{\text{キク}}\right)$ を通る。

点 A，B における円 $C$ の接線の傾きはそれぞれ $\dfrac{\boxed{\text{ケコ}}\,a-\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}\,a-\boxed{\text{ス}}}$，$\dfrac{\boxed{\text{セソ}}\,a+\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}\,a+\boxed{\text{ツ}}}$

である。ただし，分母が 0 となる場合は除いて考えるものとする。

この 2 定点 A，B における円 $C$ の 2 本の接線が直交するならば $a=\boxed{\text{テト}}$ または

$a=\boxed{\text{ナ}}$ である。また，点 A における円 $C$ の接線が原点を通れば $a=\boxed{\text{ニ}}$ である。

数学苦手でも合格したいならやるしかない！俺の解き方見てとにかく

# まず数学2B6割狙うで！

## 第13問

$a$，$b$，$c$ を整数として，次の三つの整式を考える。

$$f(x)=x^3+2ax^2+3bx+5c,\qquad g(x)=x^2+5x-2(a-2b+c)$$

$$h(x)=x^2+x+1$$

(1)　$f(x)$ が $g(x)$ で割り切れて，その商が $x+1$ であるとき $a=\boxed{\text{ア}}$，$b=\boxed{\text{イ}}$，$c=\boxed{\text{ウ}}$ であり，$f(x)$ を $h(x)$ で割ったときの余りは $\boxed{\text{エ}}x+\boxed{\text{オ}}$ である。

## 第14問

$x$ の整式 $A=5x^3+2ax^2+abx+b-1$ において，$a$ と $b$ はともに 2 以上の整数とする。

整式 $A$ を $x+3$ で割ったときの余りは $\boxed{\text{アイ}}\,a-\boxed{\text{ウ}}\,ab+b-\boxed{\text{エオカ}}$ である。

整式 $A$ が $x+3$ で割り切れるならば $\left(\boxed{\text{キ}}\,a-1\right)\left(\boxed{\text{ク}}-b\right)=\boxed{\text{ケコサ}}$ である。

したがって，$a=\boxed{\text{シス}}$，$b=\boxed{\text{セ}}$ である。

第15問

$x$ の整式 $x^3+4ax^2+(4-b)x+c$ を $x^2+2ax+2a$ で割ったときの余りは

$\left(\boxed{\text{ア}}-b-\boxed{\text{イ}}a-\boxed{\text{ウ}}a^2\right)x+c-\boxed{\text{エ}}a^2$ である。

この余りが $-2x+7$ になるような整数 $a$，$b$，$c$ のうち，$b$ が正となるものは，

$a=\boxed{\text{オ}}$，$b=\boxed{\text{カ}}$，$c=\boxed{\text{キ}}$ および $a=\boxed{\text{クケ}}$，$b=\boxed{\text{コ}}$，$c=\boxed{\text{サシ}}$

である。

## 第16問

$a$ は実数で，$a>0$，$a \fallingdotseq 2$ とし，点 A $(a,\ 1)$ を中心とする半径 1 の円を $C$ とする。
また，点 P $(2,\ 0)$ を通り円 $C$ に接する直線のうち $x$ 軸でないものを $\ell_1$ とし，点 Q $(-2,\ 0)$ を通り円 $C$ に接する直線のうち $x$ 軸でないものを $\ell_2$ とする。$\ell_1$ と $\ell_2$ が垂直であるときの $a$ の値を求めよう。

円 $C$ の方程式は $\left(x-\boxed{\text{ア}}\right)^2+\left(y-\boxed{\text{イ}}\right)^2=\boxed{\text{ウ}}$ である。

直線 $\ell_1$，$\ell_2$ の傾きをそれぞれ $b$，$c$ とすると，それらの方程式は

$$\ell_1:\ y=\boxed{\text{エ}}\left(x-\boxed{\text{オ}}\right),\quad \ell_2:\ y=\boxed{\text{カ}}\left(x+\boxed{\text{キ}}\right)$$

と表される。また，$\ell_1$ と $\ell_2$ が垂直であるから $bc=\boxed{\text{クケ}}$ である。

直線 $\ell_1$ は円 $C$ に接することから

$$\boxed{\text{エ}}\left(a-\boxed{\text{コ}}\right)\left(a-\boxed{\text{サ}}\right)=2\left(a-\boxed{\text{シ}}\right)$$

が成り立つ。$\left(\boxed{\text{コ}}\right.$ と $\boxed{\text{サ}}$ は解答の順序を問わない。$\left.\right)$

同様に，直線 $\ell_2$ が円 $C$ に接することから

$$\boxed{\text{カ}}\left(a+\boxed{\text{ス}}\right)\left(a+\boxed{\text{セ}}\right)=2\left(a+\boxed{\text{ソ}}\right)$$

が成り立つ。$\left(\boxed{\text{ス}}\right.$ と $\boxed{\text{セ}}$ は解答の順序を問わない。$\left.\right)$

したがって，$bc=\boxed{\text{クケ}}$ より $a=\sqrt{\boxed{\text{タ}}}$ である。

## 第17問

座標平面上で，連立不等式 $\begin{cases} x^2+y^2 \leqq 1 \\ x+y \leqq 1 \\ 3x-y \leqq 3 \end{cases}$ の表す領域を $D$ とし，原点を中心とする半径1の円を $C$ とする。$a$ を実数とし，点 $\mathrm{A}\left(\dfrac{5}{3},\ 0\right)$ を通り，傾きが $a$ の直線を $\ell$ とする。

$\ell$ と $D$ が共有点をもつような $a$ の最大値と最小値を求めよう。

(1)　$C$ と直線 $x+y=1$ の共有点の座標は $\left(0,\ \boxed{\text{ア}}\right)$，$\left(\boxed{\text{イ}},\ 0\right)$ であり，$C$ と直線 $3x-y=3$ の共有点の座標は $\left(\dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}},\ \dfrac{\boxed{\text{オカ}}}{\boxed{\text{エ}}}\right)$，$\left(\boxed{\text{キ}},\ 0\right)$ である。

(2)　$C$ と $\ell$ が接するのは，$a=\dfrac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ または $a=-\dfrac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ のときであり，このときの接点の $x$ 座標は $\dfrac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ である。

したがって，$\ell$ と $D$ が共有点をもつような $a$ の最大値は $\dfrac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ であり，最小値は $\dfrac{\boxed{\text{セソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$ である。

## 第18問

円 $x^2+y^2=1$ を $C_0$ とし，$C_0$ を $x$ 軸の正の方向に $2a$ だけ平行移動した円を $C_1$ とする。ただし，$a$ は $0<a<1$ とする。また，$C_0$ と $C_1$ の二つの交点のうち第1象限にある方をA，もう一方をBとする。

(1)　円 $C_1$ の方程式は $\left(x-\boxed{\text{アイ}}\right)^2+y^2=\boxed{\text{ウ}}$ である。

(2)　P$(u,\ v)$ を2点A，Bと異なる $C_0$ 上の点とし，三角形PABの重心をGとする。

Gの座標は $\left(\dfrac{u+\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}},\ \dfrac{v}{\boxed{\text{キ}}}\right)$ である。これにより，Pが $C_0$ から2点A，Bを除いた部分を動くときのGの軌跡は，方程式

$$\left(x-\frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}a\right)^2+y^2=\frac{1}{\boxed{\text{コ}}}$$

で与えられる円 $D$ から2点

$$\left(\boxed{\text{サ}},\ \frac{\sqrt{1-\boxed{\text{シ}}^2}}{\boxed{\text{ス}}}\right)\quad \text{と} \quad \left(\boxed{\text{サ}},\ -\frac{\sqrt{1-\boxed{\text{シ}}^2}}{\boxed{\text{ス}}}\right)$$

を除いた部分であることがわかる。

数学苦手でも合格したいならやるしかない！俺の解き方見てとにかく

# まず数学２Ｂ６割狙うで！

## 第19問

O を原点とする座標平面において，方程式 $x^2+y^2=4$ で表される円を $C$ とする。

点 A $(6,\ 0)$ を通り，円 $C$ に接する傾きが負の直線を $\ell$ とし，その接点を P とする。

(1)　直線 $\ell$ の方程式は $x+\boxed{\text{ア}}\sqrt{\boxed{\text{イ}}}\,y-\boxed{\text{ウ}}=0$ であり，P の座標は

$$\left(\frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}},\ \frac{\boxed{\text{カ}}\sqrt{\boxed{\text{キ}}}}{\boxed{\text{ク}}}\right)$$ である。

(2)　$x$ 軸の正の部分に中心 $O_1$ をもち，$\ell$ に接し，かつ $C$ に外接する円を $C_1$ とする。

また，線分 $PO_1$ と $C_1$ の交点を B とする。$C_1$ の方程式は

$\left(x-\boxed{\text{ケ}}\right)^2+y^2=\boxed{\text{コ}}$ であり，B の座標は

$$\left(\frac{\boxed{\text{サシ}}}{\boxed{\text{ス}}},\ \frac{\boxed{\text{セ}}\sqrt{\boxed{\text{ソ}}}}{\boxed{\text{タ}}}\right)$$ である。

(3)　三角形 $OO_1B$ の外接円は原点を通る円であり，その方程式は

$$x^2+y^2-\boxed{\text{チ}}\,x+\frac{\boxed{\text{ツ}}\sqrt{\boxed{\text{テ}}}}{\boxed{\text{ト}}}\,y=0$$ である。

# 第20問

円 $x^2+y^2=1$ を $C$ とする。$a$ を $-\dfrac{1}{2}<a<0$ を満たす実数とし，点 P(2，0) を通り，傾き $a$ の直線を $\ell$ とする。さらに，$\ell$ と $C$ の交点を A，B とし，A は第 1 象限にあるものとする。

A，B における $C$ の二つの接線の交点を Q とする。$a$ が上の範囲を動くとき，点 Q の軌跡を求めよう。

(1) 直線 $\ell$ の方程式は $y=\boxed{\text{ア}}\left(x-\boxed{\text{イ}}\right)$ であり，A，B の $x$ 座標は方程式

$\left(a^{\boxed{\text{ウ}}}+1\right)x^2-\boxed{\text{エ}}a^2x+4a^2-1=0$ の二つの解である。

(2) 線分 AB の中点の座標は $\left(\dfrac{\boxed{\text{オ}}a^2}{1+a^2},\ -\dfrac{\boxed{\text{カ}}a}{1+a^2}\right)$ であり，線分 AB の垂直二等分線の方程式は $x+\boxed{\text{キ}}y=\boxed{\text{ク}}$ である。

(3) 点 A の $x$ 座標を $b$ とする。このとき，点 A における $C$ の接線の方程式は

$bx+a\left(\boxed{\text{ケ}}-2\right)y=1$ である。Q の座標は $a$ を用いて表すと $\left(\dfrac{1}{\boxed{\text{コ}}},\ \dfrac{\boxed{\text{サシ}}}{\boxed{\text{ス}}a}\right)$

である。これから，Q は点 $\left(\dfrac{1}{\boxed{\text{コ}}},\ 0\right)$ を通り，$y$ 軸に平行な直線上の $y>\boxed{\text{セ}}$

の部分を動くことがわかる。

第21問

座標平面において，原点 O を中心とする円 $x^2+y^2=4$ を $C$ とする。$C$ を平行移動して，中心が直線 $y=2x$ 上にあり，直線 $y=-1$ に接するようにする。このようにして得られる二つの円を $C_1$，$C_2$ とする。ただし，$C_1$ の中心は第 1 象限にあるものとする。

(1)　$C_1$ の中心 $\mathrm{O}_1$ の座標は $\left(\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}},\ \boxed{ウ}\right)$ であり，$C_1$ の方程式は

$x^2+y^2-x-\boxed{エ}\,y-\dfrac{\boxed{オカ}}{\boxed{キ}}=0$ である。

$C$ と $C_1$ の交点を P，Q とする。線分 PQ の中点の座標は $\left(\dfrac{\boxed{ク}}{\boxed{ケ}},\ \dfrac{\boxed{コ}}{\boxed{サ}}\right)$ であり，直線 PQ の方程式は $y=-\dfrac{\boxed{シ}}{\boxed{ス}}x+\dfrac{\boxed{セ}}{\boxed{ソ}}$ である。

(2)　$C_2$ の中心を $\mathrm{O}_2$ とする。$\mathrm{O}_2$ の座標は $\left(-\dfrac{\boxed{タ}}{\boxed{チ}},\ -\boxed{ツ}\right)$ であり，線分 $\mathrm{O}_1\mathrm{O}_2$ の中点の座標は $\left(-\dfrac{\boxed{テ}}{\boxed{ト}},\ -\boxed{ナ}\right)$ である。


座標平面上に3点 A$(2,\ 2)$，B$(-3,\ 1)$，P$(0,\ t)$（ただし $t>0$）が与えられている。$x$ 軸上に中心をもち，A と P を通る円を $C$ とする。また，$x$ 軸上に中心をもち，B と P を通る円を $C'$ とする。

(1)　円 $C$ の半径を $r$，中心の $x$ 座標を $a$ とする。$C$ が A を通るという条件より

$r^2=a^{\boxed{\text{ア}}}-\boxed{\text{イ}}\,a+\boxed{\text{ウ}}$ が成り立つ。さらに $C$ が P を通るという条件を用いて，

$a$ を $t$ の式で表すと $a=\dfrac{\boxed{\text{エ}}-t^2}{\boxed{\text{オ}}}$ となる。したがって，P における $C$ の接線の傾

きを $t$ を用いて表すと $\dfrac{\boxed{\text{カ}}-t^2}{\boxed{\text{キ}}\,t}$ となる。

(2)　同様に，P における $C'$ の接線の傾きを $t$ を用いて表すと $\dfrac{t^2-\boxed{\text{クケ}}}{\boxed{\text{コ}}\,t}$ となる。

(3)　P における $C$ の接線と，P における $C'$ の接線が直交するときの $t$ を求めよう。

(1)，(2) より $t$ は方程式 $t^4-\boxed{\text{サシ}}\,t^2+\boxed{\text{スセ}}=0$ を満たす。

この方程式の左辺は $\left(t^2-\boxed{\text{ソ}}\right)\left(t^2-\boxed{\text{タチ}}\right)$ と因数分解できる。

$t>0$ より $t=\sqrt{\boxed{\text{ツ}}}$，$\boxed{\text{テ}}\sqrt{\boxed{\text{トナ}}}$ である。

数学苦手でも合格したいならやるしかない！俺の解き方見てとにかく

# まず数学２Ｂ６割狙うで！

## 第23問

原点 O を中心とする半径 $\sqrt{5}$ の円の外部に点 P をとり，P からこの円に引いた 2 本の接線の接点を Q，R とする。2 点 P，Q は次の条件を満たしている。

① P は第 1 象限にあり，OP$=5$ である。

② Q は第 4 象限にあり，その $x$ 座標は 2 である。

(1) 条件 ② より，点 Q の座標は $\left(2,\ \boxed{アイ}\right)$ となり，接線 QP の方程式は

$y=\boxed{ウ}x-\boxed{エ}$ となる。原点を中心とする半径 5 の円と，上で求めた接線 QP の交点は P$\left(\boxed{オ},\ \boxed{カ}\right)$ と $\left(\boxed{キ},\ \boxed{クケ}\right)$ である。

(2) 点 R の座標を $(a,\ b)$ とする。線分 QR の中点は直線 OP 上にあるので，$a$，$b$ は $\boxed{コ}a-\boxed{サ}b+\boxed{シス}=0$ を満たす。また，直線 QR は直線 OP と直交するので，$a$，$b$ は $\boxed{セ}a+\boxed{ソ}b-\boxed{タ}=0$ を満たす。

したがって，R の座標は $\left(\dfrac{\boxed{チツ}}{\boxed{テ}},\ \dfrac{\boxed{トナ}}{\boxed{ニ}}\right)$ となる。

## 第24問

$a$ を正の実数とする。座標平面上に 3 点 A$(4,\ 0)$，B$(-1,\ 0)$，C$(0,\ -2)$ をとり $\mathrm{AP}^2+\mathrm{BP}^2-\mathrm{CP}^2=a$ を満たす点 P の表す図形 $K$ を考える。

(1) $K$ は中心 $\left(\boxed{\text{ア}},\ \boxed{\text{イ}}\right)$，半径 $\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}$ の円である。

(2) 点 C が円 $K$ の内部にあるのは $a>\boxed{\text{エオ}}$ のときである。

(3) $\mathrm{AQ}=\mathrm{BQ}=\mathrm{CQ}$ を満たす点 Q の座標は $\left(\dfrac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}},\ \boxed{\text{ク}}\right)$ であり，円 $K$ が Q を通るのは $a=\dfrac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ のときである。

(4) $a=16$ とする。点 C と $K$ 上の点 P との距離が最小になるのは P の座標が $\left(\dfrac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}},\ \dfrac{\boxed{\text{セソ}}}{\boxed{\text{タ}}}\right)$ のときである。

数学苦手でも合格したいならやるしかない！俺の解き方見てとにかく

# まず数学2B6割狙うで！

## 第25問

座標平面上に円 $C: x^2+(2a-6)x+y^2+(2a-4)y+11-10a=0$ がある。

(1)　円 $C$ の中心の座標は $\left(\boxed{\text{ア}}-a,\ \boxed{\text{イ}}-a\right)$ であり，$C$ の半径は

$\sqrt{\boxed{\text{ウ}}a^2+\boxed{\text{エ}}}$ である。$a$ がどのような値であっても，$C$ の中心は直線

$y=x-\boxed{\text{オ}}$ の上にあり，$C$ は二つの定点 $\left(\boxed{\text{カ}},\ \boxed{\text{キ}}\right)$，$\left(\boxed{\text{ク}},\ \boxed{\text{ケ}}\right)$

を通る。

ただし，$\left(\boxed{\text{カ}},\ \boxed{\text{キ}}\right)$ と $\left(\boxed{\text{ク}},\ \boxed{\text{ケ}}\right)$ は解答の順序を問わない。

(2)　$a=\dfrac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ のとき，$C$ は点 A (1,　1) を通り，A における $C$ の接線の方程式は

$y=\boxed{\text{シス}}x+\boxed{\text{セ}}$ である。

## 第26問

座標平面上に2点A(3, 0)とB(0, 6)がある。連立不等式 $\begin{cases}(x-3)^2+(y-3)^2 \leqq 9 \\ y \geqq -2x+9\end{cases}$ で表される領域を $D$ とする。点P$(x,\ y)$が，この領域 $D$ 内を動くとき $s=2\mathrm{AP}^2+\mathrm{BP}^2$ が最大値および最小値をとる点Pの座標を求めよう。

$\mathrm{AP}=\sqrt{\left(x-\boxed{\text{ア}}\right)^2+y^2}$，$\mathrm{BP}=\sqrt{x^2+\left(y-\boxed{\text{イ}}\right)^2}$ であるから

$$s=\boxed{\text{ウ}}\left(x^2+y^2-\boxed{\text{エ}}x-\boxed{\text{オ}}y+\boxed{\text{カキ}}\right)$$
$$=\boxed{\text{ウ}}\left\{\left(x-\boxed{\text{ク}}\right)^2+\left(y-\boxed{\text{ケ}}\right)^2\right\}+\boxed{\text{コサ}}$$

となる。この式において $\left(x-\boxed{\text{ク}}\right)^2+\left(y-\boxed{\text{ケ}}\right)^2$ は，点Pと点 $\left(\boxed{\text{ク}},\ \boxed{\text{ケ}}\right)$ の間の距離の平方であるから，$s$ は $x=\dfrac{\boxed{\text{シ}}+\boxed{\text{ス}}\sqrt{\boxed{\text{セ}}}}{\boxed{\text{ソ}}}$，

$y=\dfrac{\boxed{\text{タ}}+\boxed{\text{チ}}\sqrt{\boxed{\text{ツ}}}}{\boxed{\text{テ}}}$ のとき最大値をとり，$x=\dfrac{\boxed{\text{トナ}}}{\boxed{\text{ニ}}}$，$y=\dfrac{\boxed{\text{ヌネ}}}{\boxed{\text{ノ}}}$ のとき最小値をとる。

数学苦手でも合格したいならやるしかない！俺の解き方見てとにかく

# まず数学2B 6割狙うで！

## 第27問

$a$ を正の定数とする。連立不等式 $\begin{cases} ax \leqq y \leqq ax+a+1 \\ (2a+1)x-a-1 \leqq y \leqq (2a+1)x \end{cases}$ の表す領域を $D$ とする。

(1) 次の各 2 直線の交点の座標を求める。

$y=ax$ と $y=(2a+1)x-a-1$ の交点の座標は $\left(\boxed{\text{ア}},\ \boxed{\text{イ}}\right)$，$y=ax+a+1$ と $y=(2a+1)x-a-1$ の交点の座標は $\left(\boxed{\text{ウ}},\ \boxed{\text{エオ}}+\boxed{\text{カ}}\right)$，$y=ax+a+1$ と $y=(2a+1)x$ の交点の座標は $\left(\boxed{\text{キ}},\ \boxed{\text{クケ}}+\boxed{\text{コ}}\right)$ である。

(2) 点 $(x,\ y)$ が $D$ を動くとき，$-2ax+y$ の最大値は $\boxed{\text{サ}}$，最小値は $\boxed{\text{シス}}$ である。

# end